第20講　部分積分

20

［A］ 不定積分を求めよ．ただし，積分定数は C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int xe^x\,dx$

(2) $\displaystyle\int x\sin x\,dx$

(3) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$

(4) $\displaystyle\int x^2\log x\,dx$

［B］ 定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 3x\,dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{1} (x+1)e^x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi} (x+\sin x)^2\,dx$

(4) $\displaystyle\int_1^{e} \log x\,dx$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　部分積分

20　定積分$\int_0^{\pi}(x+\cos x)^2\,dx$を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 20 講　部分積分

20

［A］ 不定積分を求めよ．ただし，積分定数は C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int xe^x\,dx$

(2) $\displaystyle\int x\sin x\,dx$

(3) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$

(4) $\displaystyle\int x^2\log x\,dx$

［B］ 定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 3x\,dx$

(2) $\displaystyle\int_0^1 (x+1)e^x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi} (x+\sin x)^2\,dx$

(4) $\displaystyle\int_1^e \log x\,dx$

【答】 ［A］ (1) $(x-1)e^x+C$　(2) $-x\cos x+\sin x+C$　(3) $x\sin x+\cos x+C$

(4) $\dfrac{x^3}{9}(3\log x-1)+C$

［B］ (1) $-\dfrac{1}{9}$　(2) e　(3) $\dfrac{1}{3}\pi^3+\dfrac{5}{2}\pi$　(4) 1

【解説】 ［A］ (1) $\displaystyle\int xe^x\,dx=xe^x-\int e^x\,dx=xe^x-e^x+C=\boldsymbol{(x-1)e^x+C}$

(2) $\displaystyle\int x\sin x\,dx=x(-\cos x)-\int(-\cos x)dx=\boldsymbol{-x\cos x+\sin x+C}$

(3) $\displaystyle\int x\cos x\,dx=x\sin x-\int \sin x\,dx=\boldsymbol{x\sin x+\cos x+C}$

(4) $\displaystyle\int x^2\log x\,dx=\frac{x^3}{3}\log x-\int\frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}\,dx=\frac{x^3}{3}\log x-\int\frac{x^2}{3}\,dx=\frac{x^3}{3}\log x-\frac{x^3}{9}+C$

$\displaystyle=\boldsymbol{\frac{x^3}{9}(3\log x-1)+C}$

［B］ 以下 C を積分定数とする．

(1) $\displaystyle\int x\sin 3x\,dx=x\cdot\left(-\frac{1}{3}\cos 3x\right)-\int\left(-\frac{1}{3}\cos 3x\right)dx=-\frac{1}{3}x\cos 3x+\frac{1}{9}\sin 3x+C$

$\displaystyle=\frac{1}{9}(-3x\cos 3x+\sin 3x)+C$ より

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 3x\,dx=\left[\frac{1}{9}(-3x\cos 3x+\sin 3x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\boldsymbol{-\frac{1}{9}}$$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2) $\displaystyle\int(x+1)e^x\,dx=(x+1)e^x-\int e^x\,dx=(x+1)e^x-e^x+C=xe^x+C$ より

$$\int_0^1(x+1)e^x\,dx=\Big[xe^x\Big]_0^1=\boldsymbol{e}$$

(3) $\displaystyle\int 2x\sin x\,dx=2x(-\cos x)-\int 2(-\cos x)\,dx=-2x\cos x+2\sin x+C,$

$\displaystyle\int\sin^2 x\,dx=\int\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C$ より

$$\int_0^\pi(x+\sin x)^2\,dx=\int_0^\pi(x^2+2x\sin x+\sin^2 x)\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}-2x\cos x+2\sin x+\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\right]_0^\pi=\boldsymbol{\frac{1}{3}\pi^3+\frac{5}{2}\pi}$$

(4) $\displaystyle\int\log x\,dx=x\log x-\int x\cdot\frac{1}{x}\,dx=x\log x-x+C=x(\log x-1)+C$ より

$$\int_1^e\log x\,dx=\Big[x(\log x-1)\Big]_1^e=\boldsymbol{1}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 20 講　部分積分

20 定積分$\displaystyle\int_0^{\pi}(x+\cos x)^2\,dx$を求めよ.

【答】 $\dfrac{1}{3}\pi^3+\dfrac{1}{2}\pi-4$

【解説】 C_1, C_2 を積分定数とすると

$$\int 2x\cos x\,dx=2x\sin x-\int 2\sin x\,dx=2x\sin x+2\cos x+C_1,$$

$$\int \cos^2 x\,dx=\int\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C_2$$ より

$$\int_0^{\pi}(x+\cos x)^2dx=\int_0^{\pi}(x^2+2x\cos x+\cos^2 x)dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}+2x\sin x+2\cos x+\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\right]_0^{\pi}=\boldsymbol{\frac{1}{3}\pi^3+\frac{1}{2}\pi-4}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。